Aula 11 – Tentativa e Erro (Backtracking)

Norton T. Roman & Luciano A. Digiampietri
digiampietri@usp.br
@digiampietri

2023

Tentativa e Erro

- Suponha que você tem que tomar uma série de decisões dentre várias possibilidades, onde

Tentativa e Erro

- Suponha que você tem que tomar uma série de decisões dentre várias possibilidades, onde
  - Você não tem informação suficiente para saber o que escolher

Tentativa e Erro

- Suponha que você tem que tomar uma série de decisões dentre várias possibilidades, onde
  - Você não tem informação suficiente para saber o que escolher
  - Cada decisão leva a um novo conjunto de escolhas

Tentativa e Erro

- Suponha que você tem que tomar uma série de decisões dentre várias possibilidades, onde
  - Você não tem informação suficiente para saber o que escolher
  - Cada decisão leva a um novo conjunto de escolhas
  - Alguma sequência de escolhas (possivelmente mais que uma) pode ser a solução para o problema

Tentativa e Erro

- Suponha que você tem que tomar uma série de decisões dentre várias possibilidades, onde
  - Você não tem informação suficiente para saber o que escolher
  - Cada decisão leva a um novo conjunto de escolhas
  - Alguma sequência de escolhas (possivelmente mais que uma) pode ser a solução para o problema
- Tentativa e erro é um modo metódico de tentar várias sequências de decisões, até encontrar uma que funcione

Tentativa e Erro

- Técnica de solução de problemas
  - Usada quando se quer achar soluções para problemas para os quais não se conhece uma regra fixa de computação
  - Basicamente, tentamos todas as alternativas possíveis

Tentativa e Erro

- Técnica de solução de problemas
  - Usada quando se quer achar soluções para problemas para os quais não se conhece uma regra fixa de computação
  - Basicamente, tentamos todas as alternativas possíveis
- Passos
  - Escolher uma operação plausível;
  - Executar a operação com os dados;
  - Se a meta não foi alcançada, repita o processo até que se atinja a meta ou se evidencie a insolubilidade do problema.

Tentativa e Erro

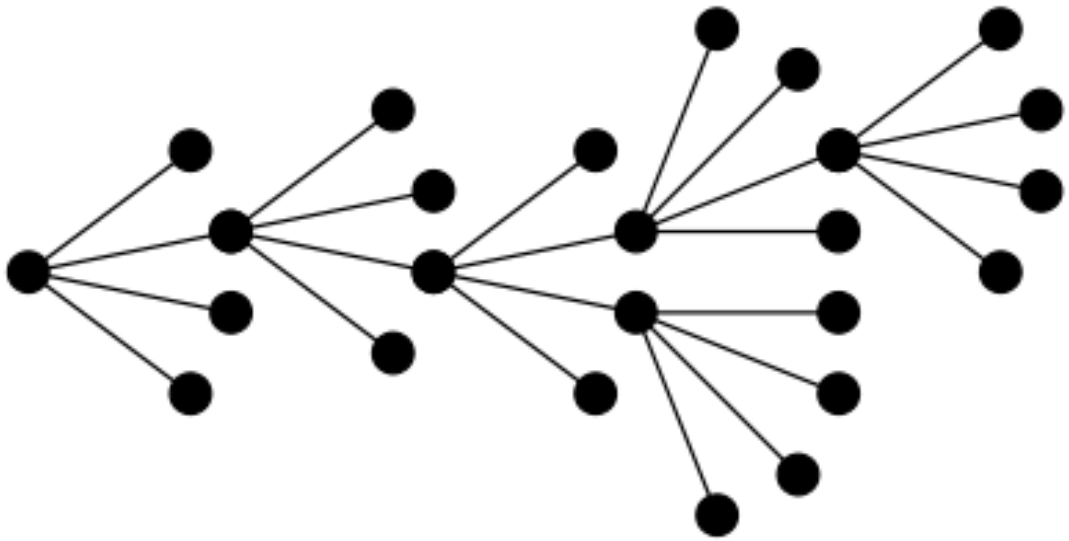
- Tentativa e erro é uma técnica que aproveita bem a recursividade
  - A recursividade pode ser usada para resolver problemas cuja solução é do tipo tentar todas as alternativas possíveis

Tentativa e Erro

- Tentativa e erro é uma técnica que aproveita bem a recursividade
  - A recursividade pode ser usada para resolver problemas cuja solução é do tipo tentar todas as alternativas possíveis
- A ideia para algoritmos tentativa e erro é decompor o processo em um número finito de sub-tarefas parciais (expressas de forma recursiva)
  - E então explorá-las exaustivamente

Tentativa e Erro

- A construção de uma solução é obtida através de tentativas (ou pesquisas) que gradualmente constroem e percorrem uma árvore de sub-tarefas.



Tentativa e Erro

Funcionamento:

- Passos em direção à solução final são tentados e registrados (em uma estrutura de dados)
- Caso esses passos tomados não levem à solução final, eles podem ser retirados e apagados do registro.

- A busca na árvore de soluções pode crescer rapidamente (até mesmo exponencialmente)
  - Pode ser necessário usar algoritmos aproximados ou heurísticas, que não garantem a solução ótima, mas são rápidas

Tentativa e Erro

Exploramos cada possibilidade como segue:

- Se a possibilidade é a resposta, retorne "sucesso"
- Se a possibilidade não for a resposta, e não houver outra a ser testada a partir dela, retorne "falha"
- Para cada possibilidade, a partir da atual:
  - Explore a nova possibilidade (recursivo)
  - Se encontrou a resposta, retorne "sucesso"
- Esgotadas as possibilidades, retorne "falha"

Tentativa e Erro

Exemplo: Caminho em Labirinto

- Dado um labirinto, encontre um caminho da entrada à saída

Tentativa e Erro

Exemplo: Caminho em Labirinto

- Dado um labirinto, encontre um caminho da entrada à saída
- Em cada interseção, você tem que decidir se:
  - Segue direto
  - Vai à esquerda
  - Vai à direita

Tentativa e Erro

Exemplo: Caminho em Labirinto

- Só que... você não tem informação suficiente para escolher corretamente

Tentativa e Erro

Exemplo: Caminho em Labirinto

- Só que... você não tem informação suficiente para escolher corretamente
- Cada escolha leva a outro conjunto de escolhas

Tentativa e Erro

Exemplo: Caminho em Labirinto

- Só que... você não tem informação suficiente para escolher corretamente

- Cada escolha leva a outro conjunto de escolhas
- Uma ou mais sequência de escolhas pode ser a solução...

Tentativa e Erro

Exemplo: Caminho em Labirinto

- Só que... você não tem informação suficiente para escolher corretamente
- Cada escolha leva a outro conjunto de escolhas
- Uma ou mais sequência de escolhas pode ser a solução... Ou não!

Tentativa e Erro

Exemplo: Caminho em Labirinto

- E a solução?

Tentativa e Erro

Exemplo: Caminho em Labirinto

- E a solução?
  - Escolha uma metodologia para fazer tentativas

Tentativa e Erro

Exemplo: Caminho em Labirinto

- E a solução?
  - Escolha uma metodologia para fazer tentativas
  - Ex: primeiro tentar à direita, depois à frente, e então à esquerda

Tentativa e Erro

Exemplo: Caminho em Labirinto

- E a solução?
  - Escolha uma metodologia para fazer tentativas
  - Ex: primeiro tentar à direita, depois à frente, e então à esquerda
  - Então, a cada decisão, siga essa ordem de escolhas

Tentativa e Erro

Exemplo: Caminho em Labirinto

- E a solução?
  - Escolha uma metodologia para fazer tentativas
  - Ex: primeiro tentar à direita, depois à frente, e então à esquerda
  - Então, a cada decisão, siga essa ordem de escolhas
  - Se todas as escolhas em um ponto se esgotaram, volte ao anterior, e escolha uma alternativa ainda não explorada (seguindo a metodologia de escolha) a partir desse ponto

Tentativa e Erro

Exemplo: Coloração de Mapas

- Você deseja colorir um mapa com no máximo 4 cores: Vermelho, amarelo, verde e azul

Tentativa e Erro

Exemplo: Coloração de Mapas

- Você deseja colorir um mapa com no máximo 4 cores: Vermelho, amarelo, verde e azul
- Países adjacentes devem ter cores diferentes

Tentativa e Erro

Exemplo: Coloração de Mapas

- Você deseja colorir um mapa com no máximo 4 cores: Vermelho, amarelo, verde e azul
- Países adjacentes devem ter cores diferentes

Tentativa e Erro

Exemplo: Coloração de Mapas

- Em cada iteração, você deve decidir de que cor pintar um país, dadas as cores já atribuídas aos vizinhos imediatos

Tentativa e Erro

Exemplo: Coloração de Mapas

- Em cada iteração, você deve decidir de que cor pintar um país, dadas as cores já atribuídas aos vizinhos imediatos
  - Você não tem informação suficiente para escolher as cores (só conhece os vizinhos imediatos)

Tentativa e Erro

Exemplo: Coloração de Mapas

- Cada escolha leva a outro conjunto de escolhas

Tentativa e Erro

Exemplo: Coloração de Mapas

- Cada escolha leva a outro conjunto de escolhas
- Uma ou mais sequência de passos pode ser a solução

Tentativa e Erro

Exemplo: Coloração de Mapas

- E a solução?

Tentativa e Erro

Exemplo: Coloração de Mapas

- E a solução?
  1. Pinte um país inicial

Tentativa e Erro

Exemplo: Coloração de Mapas

- E a solução?
  1. Pinte um país inicial
  2. Escolha cores para seus vizinhos, obedecendo à regra

Tentativa e Erro

Exemplo: Coloração de Mapas

- E a solução?
  1. Pinte um país inicial
  2. Escolha cores para seus vizinhos, obedecendo à regra
  3. Escolha um vizinho (seguindo uma ordem pré-definida)

Tentativa e Erro

Exemplo: Coloração de Mapas

- E a solução?
  1. Pinte um país inicial
  2. Escolha cores para seus vizinhos, obedecendo à regra
  3. Escolha um vizinho (seguindo uma ordem pré-definida)
  4. Repita o procedimento do passo 2 a partir desse vizinho

Exemplo: Coloração de Mapas

5. Se não for possível colorir alguém, volte à escolha anterior e troque a cor do país no centro desse passo

Exemplo: Coloração de Mapas

5. Se não for possível colorir alguém, volte à escolha anterior e troque a cor do país no centro desse passo

- Note que, se não for possível trocar a cor deste, voltamos ao anterior a ele

Tentativa e Erro

Exemplo: Coloração de Mapas

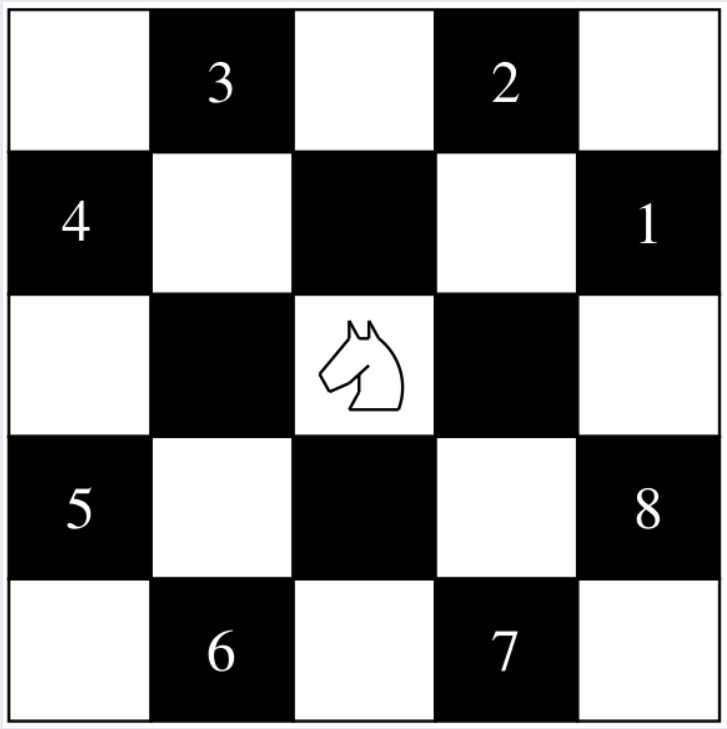
5. Se não for possível colorir alguém, volte à escolha anterior e troque a cor do país no centro desse passo

- Note que, se não for possível trocar a cor deste, voltamos ao anterior a ele
  - Vamos voltando e revendo nossas escolhas até acertar

Tentativa e Erro

Exemplo: Passeio do Cavalo

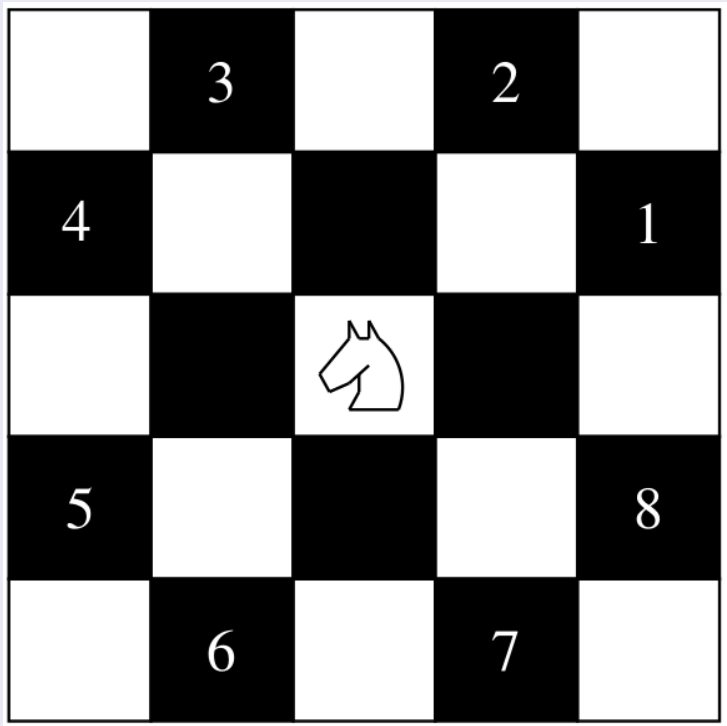
- Dado um tabuleiro com $n \times n$ posições, o cavalo se movimenta segundo as regras do xadrez:



Tentativa e Erro

Exemplo: Passeio do Cavalo

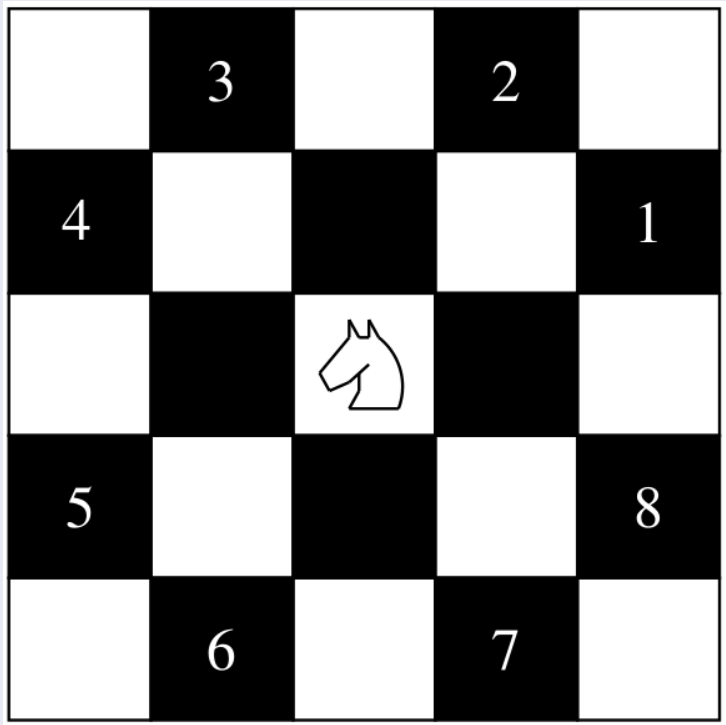
- Dado um tabuleiro com $n \times n$ posições, o cavalo se movimenta segundo as regras do xadrez:
- Problema: a partir de (x_0, y_0), encontrar, se existir, um passeio do cavalo que visite todos os pontos do tabuleiro uma única vez



Tentativa e Erro

Exemplo: Passeio do Cavalo – Representação

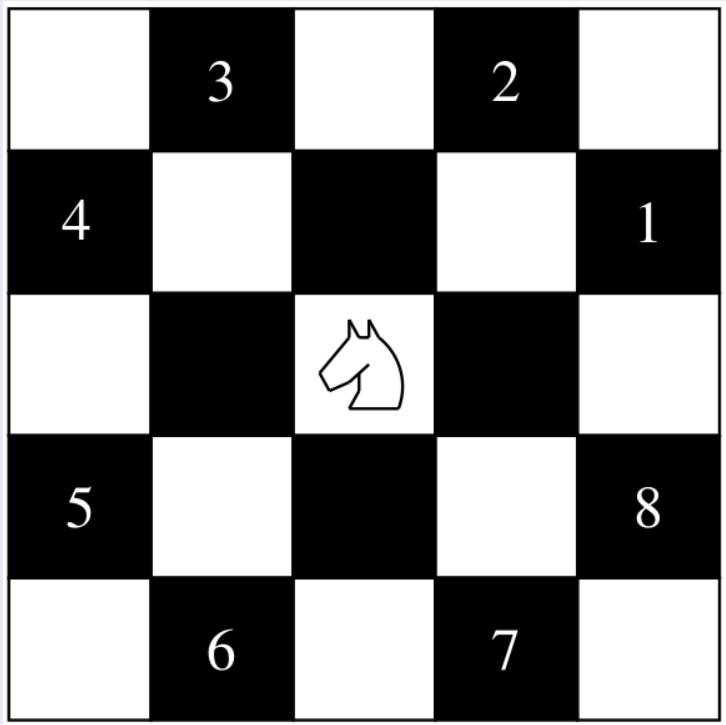
- Tabuleiro: matriz `t` $(n \times n)$ de inteiros
  - `t[x][y] = 0` $\rightarrow (x, y)$ não visitado
  - `t[x][y] = i` $\rightarrow (x, y)$ visitado no i-ésimo movimento



Tentativa e Erro

Exemplo: Passeio do Cavalo – Representação

- Tabuleiro: matriz `t` $(n \times n)$ de inteiros
  - `t[x][y] = 0` $\rightarrow (x, y)$ não visitado
  - `t[x][y] = i` $\rightarrow (x, y)$ visitado no i-ésimo movimento



- Note que o valor das células guarda o histórico dos movimentos

Tentativa e Erro

Exemplo: Passeio do Cavalo – Algoritmo

```
void tenta() {
  inicializa seleção de movimentos
  ENQUANTO (movimento não bem sucedido E existem candidatos a
                                                    movimento) {
    seleciona próximo candidato ao movimento
    SE (aceitável) {
      registra movimento
      SE (tabuleiro não está cheio) {
        tenta novo movimento; // Chamada recursiva a tenta()
        SE (não sucedido) apaga registro anterior
      }
    }
  }
}
```

Tentativa e Erro

Exemplo: Passeio do Cavalo – Algoritmo

```
void tenta() {
  inicializa seleção de movimentos
  ENQUANTO (movimento não bem sucedido E existem candidatos a
                                                    movimento) {
    seleciona próximo candidato ao movimento
    SE (aceitável) {
      registra movimento <------------ abastece t[i][j]
      SE (tabuleiro não está cheio) {
        tenta novo movimento; // Chamada recursiva a tenta()
        SE (não sucedido) apaga registro anterior
      }
    }
  }
}
```

Tentativa e Erro

Exemplo: Passeio do Cavalo – Algoritmo

```
void tenta() {
  inicializa seleção de movimentos
  ENQUANTO (movimento não bem sucedido E existem candidatos a
                                                    movimento) {
    seleciona próximo candidato ao movimento
    SE (aceitável) {
      registra movimento
      SE (tabuleiro não está cheio) {
        tenta novo movimento; // Chamada recursiva a tenta()
        SE (não sucedido) apaga registro anterior
      }
    }
  }
}
```

O movimento anterior não leva à solução. Deve voltar (backtracking)

Tentativa e Erro

Exemplo: Passeio do Cavalo – Algoritmo

```
void tenta() {
  inicializa seleção de movimentos
  ENQUANTO (movimento não bem sucedido E existem candidatos a
                                                    movimento) {
    seleciona próximo candidato ao movimento
    SE (aceitável) {
      registra movimento
      SE (tabuleiro não está cheio) {
        tenta novo movimento; // Chamada recursiva a tenta()
        SE (não sucedido) apaga registro anterior
      }
    }
  }
}
```

Ao final do método, o tabuleiro conterá a resposta

Tentativa e Erro

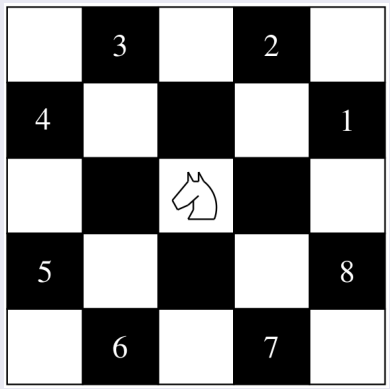
Exemplo: Passeio do Cavalo – Código

```
int dx[] = { 2, 1,-1,-2,-2,-1, 1, 2};
int dy[] = { 1, 2, 2, 1,-1,-2,-2,-1};
int num, numQuad;
int** tab;

void inicializa(int n) {
  int i,j;
  num = n;
  numQuad = n * n;
  tab = (int**)malloc(sizeof(int*)*n);
  for (i=0;i<n;i++){
    tab[i] = (int*)malloc(sizeof(int)*n);
    for (j=0;j<n;j++) tab[i][j] = 0;
  }
}
```

Exemplo: Passeio do Cavalo – Código

```
int dx[] = { 2, 1,-1,-2,-2,-1, 1, 2};
int dy[] = { 1, 2, 2, 1,-1,-2,-2,-1};
int num, numQuad;
int** tab;

void inicializa(int n) {
  int i,j;
  num = n;
  numQuad = n * n;
  tab = (int**)malloc(sizeof(int*)*n);
  for (i=0;i<n;i++){
    tab[i] = (int*)malloc(sizeof(int)*n);
    for (j=0;j<n;j++) tab[i][j] = 0;
  }
}
```

Deslocamentos possíveis a partir da posição do cavalo



Tentativa e Erro

Exemplo: Passeio do Cavalo – Código

```
int dx[] = { 2, 1,-1,-2,-2,-1, 1, 2};
int dy[] = { 1, 2, 2, 1,-1,-2,-2,-1};
int num, numQuad;
int** tab;

void inicializa(int n) {
  int i,j;
  num = n;
  numQuad = n * n;
  tab = (int**)malloc(sizeof(int*)*n);
  for (i=0;i<n;i++){
    tab[i] = (int*)malloc(sizeof(int)*n);
    for (j=0;j<n;j++) tab[i][j] = 0;
  }
}
```

Número de quadros em uma linha e total de quadros no tabuleiro

Tentativa e Erro

Exemplo: Passeio do Cavalo – Código

```
int dx[] = { 2, 1,-1,-2,-2,-1, 1, 2};
int dy[] = { 1, 2, 2, 1,-1,-2,-2,-1};
int num, numQuad;
int** tab;

void inicializa(int n) {
  int i,j;
  num = n;
  numQuad = n * n;
  tab = (int**)malloc(sizeof(int*)*n);
  for (i=0;i<n;i++){
    tab[i] = (int*)malloc(sizeof(int)*n);
    for (j=0;j<n;j++) tab[i][j] = 0;
  }
}
```

O tabuleiro

Tentativa e Erro

Exemplo: Passeio do Cavalo – Código

```
void imprime() {
  int i, j;
  for (i = 0; i < num; i++) {
    for (j = 0; j < num; j++)
      printf("%i\t", tab[i][j]);
    printf("\n");
  }
}


bool aceitavel(int x, int y) {
  return (x >= 0 && x <= num-1 &&
          y >= 0 && y <= num-1 && tab[x][y] == 0);
}
```

Exemplo: Passeio do Cavalo – Código

```
void imprime() {
  int i, j;
  for (i = 0; i < num; i++) {
    for (j = 0; j < num; j++)
      printf("%i\t", tab[i][j]);
    printf("\n");
  }
}
```

Determina se (x, y) é uma coordenada válida

```
bool aceitavel(int x, int y) {
  return (x >= 0 && x <= num-1 &&
          y >= 0 && y <= num-1 && tab[x][y] == 0);
}
```

Tentativa e Erro

Exemplo: Passeio do Cavalo – Código

```
bool tenta(int i, int x, int y) {
  int u,v;
  int k = 0;
  bool feito = (i > numQuad);
  while (!feito && k < 8) {
    u = x + dx[k];
    v = y + dy[k];
    if (aceitavel(u,v)) {
       tab[u][v] = i;
       feito = tenta(i+1, u, v);
       if (!feito) tab[u][v] = 0;
    }
    k++;
  }
  return feito;
}
```

Tentativa e Erro

Exemplo: Passeio do Cavalo – Código

```
bool tenta(int i, int x, int y) {
  int u,v;
  int k = 0;
  bool feito = (i > numQuad);
  while (!feito && k < 8) {
    u = x + dx[k];
    v = y + dy[k];
    if (aceitavel(u,v)) {
       tab[u][v] = i;
       feito = tenta(i+1, u, v);
       if (!feito) tab[u][v] = 0;
    }
    k++;
  }
  return feito;
}
```

Tenta mover o cavalo a partir de (x, y) no i-ésimo movimento

Tentativa e Erro

Exemplo: Passeio do Cavalo – Código

```
bool tenta(int i, int x, int y) {
  int u,v;
  int k = 0;
  bool feito = (i > numQuad);
  while (!feito && k < 8) {
    u = x + dx[k];
    v = y + dy[k];
    if (aceitavel(u,v)) {
       tab[u][v] = i;
       feito = tenta(i+1, u, v);
       if (!feito) tab[u][v] = 0;
    }
    k++;
  }
  return feito;
}
```

Coordenadas de destino do movimento

Tentativa e Erro

Exemplo: Passeio do Cavalo – Código

```
bool tenta(int i, int x, int y) {
  int u,v;
  int k = 0;
  bool feito = (i > numQuad);
  while (!feito && k < 8) {
    u = x + dx[k];
    v = y + dy[k];
    if (aceitavel(u,v)) {
       tab[u][v] = i;
       feito = tenta(i+1, u, v);
       if (!feito) tab[u][v] = 0;
    }
    k++;
  }
  return feito;
}
```

Quantos dos possíveis movimentos a partir de (x, y) já tentou

Tentativa e Erro

Exemplo: Passeio do Cavalo – Código

```
bool tenta(int i, int x, int y) {
  int u,v;
  int k = 0;
  bool feito = (i > numQuad);
  while (!feito && k < 8) {
    u = x + dx[k];
    v = y + dy[k];
    if (aceitavel(u,v)) {
       tab[u][v] = i;
       feito = tenta(i+1, u, v);
       if (!feito) tab[u][v] = 0;
    }
    k++;
  }
  return feito;
}
```

Diz se pode parar (caso base: já marcou todo o tabuleiro)

Tentativa e Erro

Exemplo: Passeio do Cavalo – Código

```
bool tenta(int i, int x, int y) {
  int u,v;
  int k = 0;
  bool feito = (i > numQuad);
  while (!feito && k < 8) {
    u = x + dx[k];
    v = y + dy[k];
    if (aceitavel(u,v)) {
       tab[u][v] = i;
       feito = tenta(i+1, u, v);
       if (!feito) tab[u][v] = 0;
    }
    k++;
  }
  return feito;
}
```

Enquanto não terminou de marcar o tabuleiro todo, e ainda há movimentos possíveis

Tentativa e Erro

Exemplo: Passeio do Cavalo – Código

```
bool tenta(int i, int x, int y) {
  int u,v;
  int k = 0;
  bool feito = (i > numQuad);
  while (!feito && k < 8) {
    u = x + dx[k];
    v = y + dy[k];
    if (aceitavel(u,v)) {
       tab[u][v] = i;
       feito = tenta(i+1, u, v);
       if (!feito) tab[u][v] = 0;
    }
    k++;
  }
  return feito;
}
```

Calcula a coordenada de destino

Tentativa e Erro

Exemplo: Passeio do Cavalo – Código

```
bool tenta(int i, int x, int y) {
  int u,v;
  int k = 0;
  bool feito = (i > numQuad);
  while (!feito && k < 8) {
    u = x + dx[k];
    v = y + dy[k];
    if (aceitavel(u,v)) {
       tab[u][v] = i;
       feito = tenta(i+1, u, v);
       if (!feito) tab[u][v] = 0;
    }
    k++;
  }
  return feito;
}
```

Se a coordenada for válida

Tentativa e Erro

Exemplo: Passeio do Cavalo – Código

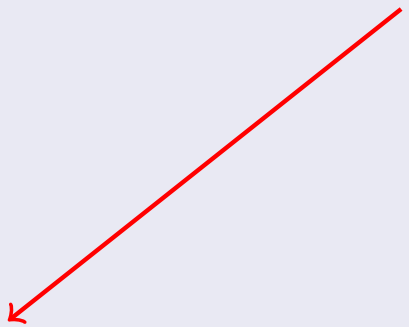
```
bool tenta(int i, int x, int y) {
  int u,v;
  int k = 0;
  bool feito = (i > numQuad);
  while (!feito && k < 8) {
    u = x + dx[k];
    v = y + dy[k];
    if (aceitavel(u,v)) {
       tab[u][v] = i;
       feito = tenta(i+1, u, v);
       if (!feito) tab[u][v] = 0;
    }
    k++;
  }
  return feito;
}
```

Tentativa e Erro

Exemplo: Passeio do Cavalo – Código

```
bool tenta(int i, int x, int y) {
  int u,v;
  int k = 0;
  bool feito = (i > numQuad);
  while (!feito && k < 8) {
    u = x + dx[k];
    v = y + dy[k];
    if (aceitavel(u,v)) {
       tab[u][v] = i;
       feito = tenta(i+1, u, v);
       if (!feito) tab[u][v] = 0;
    }
    k++;
  }
  return feito;
}
```

E tenta novo movimento
a partir dessa coordenada



Tentativa e Erro

Exemplo: Passeio do Cavalo – Código

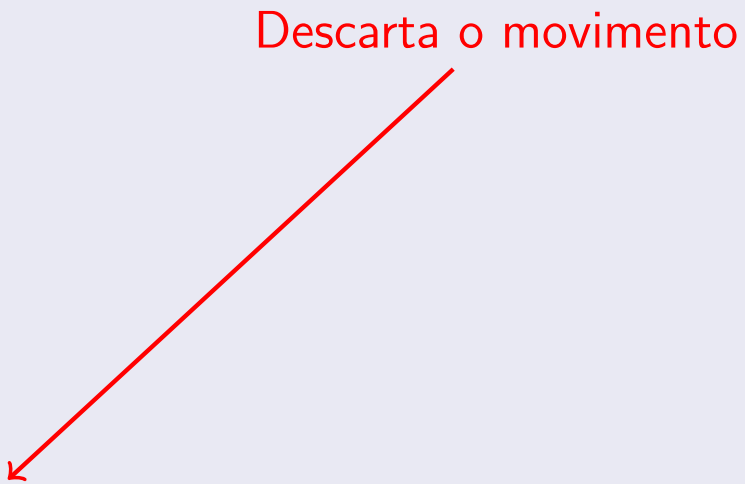
```
bool tenta(int i, int x, int y) {
  int u,v;
  int k = 0;
  bool feito = (i > numQuad);
  while (!feito && k < 8) {
    u = x + dx[k];
    v = y + dy[k];
    if (aceitavel(u,v)) {
       tab[u][v] = i;
       feito = tenta(i+1, u, v);
       if (!feito) tab[u][v] = 0;
    }
    k++;
  }
  return feito;
}
```

Se a tentativa for infrutífera

Tentativa e Erro

Exemplo: Passeio do Cavalo – Código

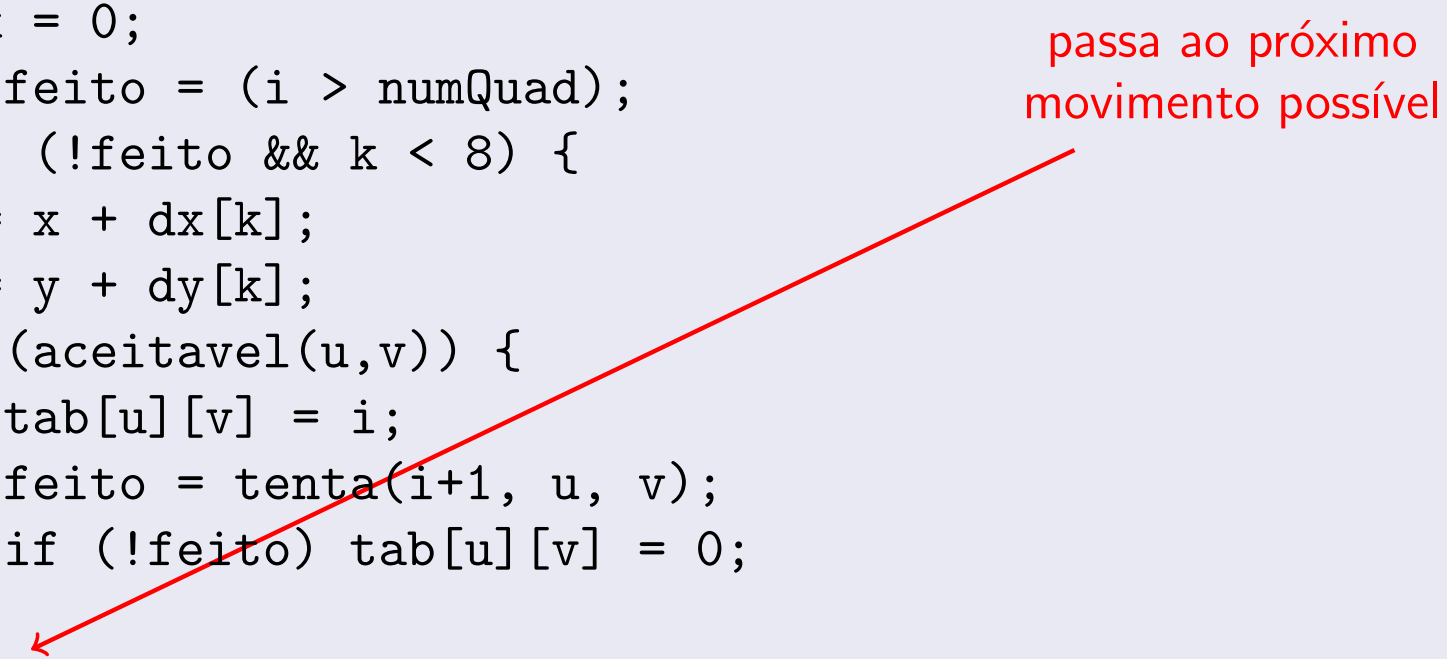
```
bool tenta(int i, int x, int y) {
  int u,v;
  int k = 0;
  bool feito = (i > numQuad);
  while (!feito && k < 8) {
    u = x + dx[k];
    v = y + dy[k];
    if (aceitavel(u,v)) {
       tab[u][v] = i;
       feito = tenta(i+1, u, v);
       if (!feito) tab[u][v] = 0;
    }
    k++;
  }
  return feito;
}
```



Tentativa e Erro

Exemplo: Passeio do Cavalo – Código

```
bool tenta(int i, int x, int y) {
  int u,v;
  int k = 0;
  bool feito = (i > numQuad);
  while (!feito && k < 8) {
    u = x + dx[k];
    v = y + dy[k];
    if (aceitavel(u,v)) {
       tab[u][v] = i;
       feito = tenta(i+1, u, v);
       if (!feito) tab[u][v] = 0;
    }
    k++;
  }
  return feito;
}
```



Tentativa e Erro

Exemplo: Passeio do Cavalo – Código

```
bool tenta(int i, int x, int y) {
  int u,v;
  int k = 0;
  bool feito = (i > numQuad);
  while (!feito && k < 8) {
    u = x + dx[k];
    v = y + dy[k];
    if (aceitavel(u,v)) {
       tab[u][v] = i;
       feito = tenta(i+1, u, v);
       if (!feito) tab[u][v] = 0;
    }
    k++;
  }
  return feito;
}
```

define se o caminho a partir de (x, y) teve ou não teve sucesso

Tentativa e Erro

Exemplo: Passeio do Cavalo – Código

```
void liberaMemoria() {
  int i;
  for (i = 0; i < num; i++) free(tab[i]);
  free(tab);
}

void passeia(int x, int y) {
  tab[x][y] = 1;
  bool feito = tenta(2, x, y);
  if (feito)
    imprime();
  else
    printf("Nao ha passeio possivel\n");
}
```

Tentativa e Erro

Exemplo: Passeio do Cavalo – Código

```
void liberaMemoria() {
  int i;
  for (i = 0; i < num; i++) free(tab[i]);
  free(tab);
}

void passeia(int x, int y) {
  tab[x][y] = 1;
  bool feito = tenta(2, x, y);
  if (feito)
    imprime();
  else
    printf("Nao ha passeio possivel\n");
}
```

Inicia o passeio em (x, y)

Tentativa e Erro

Exemplo: Passeio do Cavalo – Código

```
void liberaMemoria() {
  int i;
  for (i = 0; i < num; i++) free(tab[i]);
  free(tab);
}

void passeia(int x, int y) {
  tab[x][y] = 1;
  bool feito = tenta(2, x, y);
  if (feito)
    imprime();
  else
    printf("Nao ha passeio possivel\n");
}
```

Marca a posição de início como visitada

Tentativa e Erro

Exemplo: Passeio do Cavalo – Código

```
void liberaMemoria() {
  int i;
  for (i = 0; i < num; i++) free(tab[i]);
  free(tab);
}

void passeia(int x, int y) {
  tab[x][y] = 1;
  bool feito = tenta(2, x, y);
  if (feito)
    imprime();
  else
    printf("Nao ha passeio possivel\n");
}
```

E verifica os caminhos a partir dela

Tentativa e Erro

Exemplo: Passeio do Cavalo – Código

```
void liberaMemoria() {
  int i;
  for (i = 0; i < num; i++) free(tab[i]);
  free(tab);
}

void passeia(int x, int y) {
  tab[x][y] = 1;
  bool feito = tenta(2, x, y);
  if (feito)
    imprime();
  else
    printf("Nao ha passeio possivel\n");
}
```

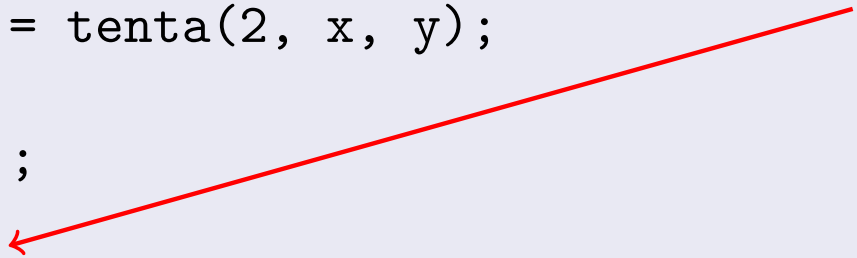
Se achou a resposta, mostra

Tentativa e Erro

Exemplo: Passeio do Cavalo – Código

```
void liberaMemoria() {
  int i;
  for (i = 0; i < num; i++) free(tab[i]);
  free(tab);
}

void passeia(int x, int y) {
  tab[x][y] = 1;
  bool feito = tenta(2, x, y);
  if (feito)
    imprime();
  else
    printf("Nao ha passeio possivel\n");
}
```

Senão, avisa que não há resposta possível



Tentativa e Erro

Exemplo: Passeio do Cavalo – Código

```
int main() {
  inicializa(8);
  passeia(0, 0);
  liberaMemoria();
  return 0;
}
```

Tentativa e Erro

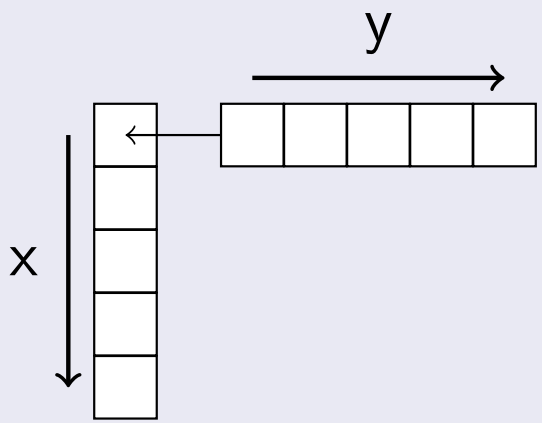
Exemplo: Passeio do Cavalo – Representação

- Está correto `t[x][y]` $\rightarrow (x, y)$?

Tentativa e Erro

Exemplo: Passeio do Cavalo – Representação

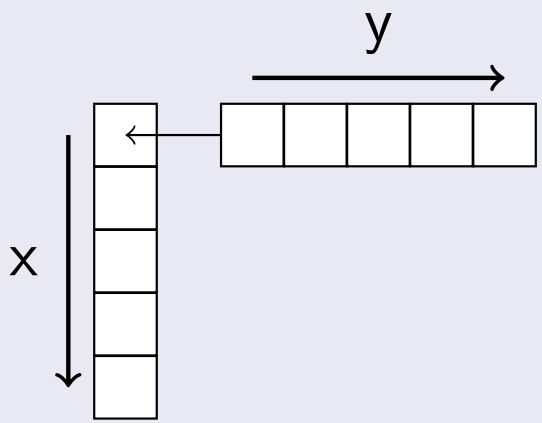
- Está correto `t[x][y]` $\rightarrow (x, y)$?
- Memória:



Tentativa e Erro

Exemplo: Passeio do Cavalo – Representação

- Está correto `t[x][y]` $\rightarrow (x, y)$?
- Memória:

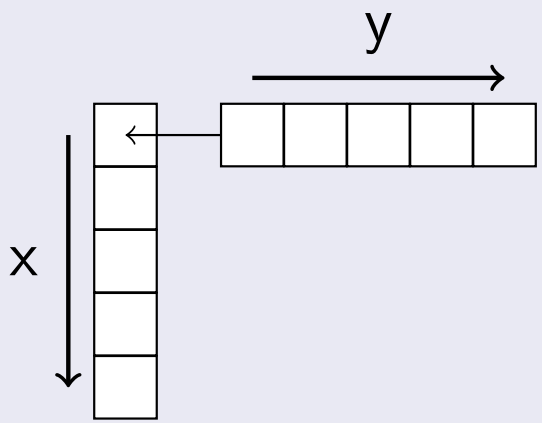


- Ao somarmos algum `dx` a `t[x][y]`, estaremos, na verdade, "descendo" na vertical

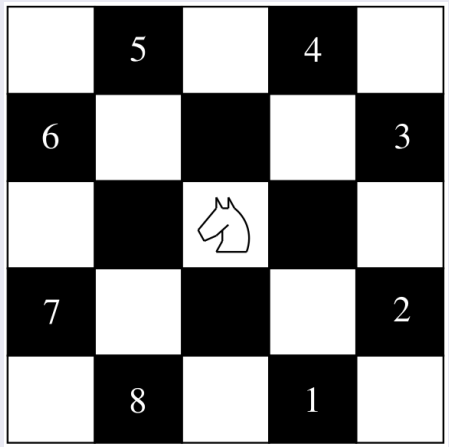
Tentativa e Erro

Exemplo: Passeio do Cavalo – Representação

- Está correto `t[x][y]` $\rightarrow (x, y)$?
- Memória:



- Então...



- Ao somarmos algum `dx` a `t[x][y]`, estaremos, na verdade, "descendo" na vertical

Tentativa e Erro

Exemplo: Passeio do Cavalo – Código

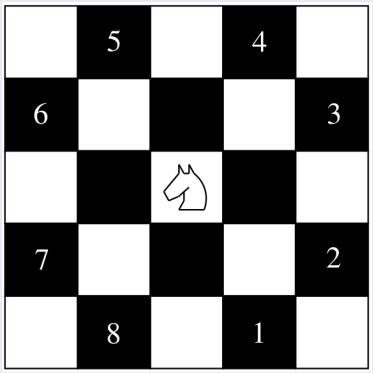
- Se chamado com `n=8 x=0 y=0` temos o seguinte resultado:

1	60	39	34	31	18	9	64
38	35	32	61	10	63	30	17
59	2	37	40	33	28	19	8
36	49	42	27	62	11	16	29
43	58	3	50	41	24	7	20
48	51	46	55	26	21	12	15
57	44	53	4	23	14	25	6
52	47	56	45	54	5	22	13

Tentativa e Erro

Exemplo: Passeio do Cavalo – Código

- Se chamado com `n=8 x=0 y=0` temos o seguinte resultado:



1	60	39	34	31	18	9	64
38	35	32	61	10	63	30	17
59	2	37	40	33	28	19	8
36	49	42	27	62	11	16	29
43	58	3	50	41	24	7	20
48	51	46	55	26	21	12	15
57	44	53	4	23	14	25	6
52	47	56	45	54	5	22	13

Recursão com Tentativa e Erro

Recursão é a maneira mais natural de se implementar tentativa e erro

Recursão com Tentativa e Erro

Recursão é a maneira mais natural de se implementar tentativa e erro

Vamos relembrar nosso `fatorial(3)`:

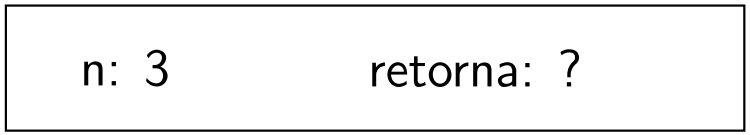
```
long fatorial(long n) {
  if (n==0) return(1);
  return(n *
       fatorial(n-1));
}
```

Recursão com Tentativa e Erro

Recursão é a maneira mais natural de se implementar tentativa e erro

Vamos relembrar nosso `fatorial(3)`:

```
long fatorial(long n) {
  if (n==0) return(1);
  return(n *
         fatorial(n-1));
}
```



Ao chamarmos `fatorial(3)`, o método é empilhado

Recursão com Tentativa e Erro

Recursão é a maneira mais natural de se implementar tentativa e erro

Vamos relembrar nosso `fatorial(3)`:

```
long fatorial(long n) {
  if (n==0) return(1);
  return(n *
       fatorial(n-1));
}
```

n: 3	retorna: ?

Não é o caso base

Recursão com Tentativa e Erro

Recursão é a maneira mais natural de se implementar tentativa e erro

Vamos relembrar nosso `fatorial(3)`:

```
long fatorial(long n) {
  if (n==0) return(1);
  return(n *
         fatorial(n-1));
}
```

n: 2	retorna: ?
n: 3	retorna: ?

Então nova chamada é feita e empilhada

Recursão com Tentativa e Erro

Recursão é a maneira mais natural de se implementar tentativa e erro

Vamos relembrar nosso `fatorial(3)`:

```
long fatorial(long n) {
  if (n==0) return(1);
  return(n *
       fatorial(n-1));
}
```

n: 2	retorna: ?
n: 3	retorna: ?

Não é o caso base

Recursão com Tentativa e Erro

Recursão é a maneira mais natural de se implementar tentativa e erro

Vamos relembrar nosso `fatorial(3)`:

```
long fatorial(long n) {
  if (n==0) return(1);
  return(n *
         fatorial(n-1));
}
```

n: 1	retorna: ?
n: 2	retorna: ?
n: 3	retorna: ?

Então nova chamada é feita e empilhada

Recursão com Tentativa e Erro

Recursão é a maneira mais natural de se implementar tentativa e erro

Vamos relembrar nosso `fatorial(3)`:

```
long fatorial(long n) {
  if (n==0) return(1);
  return(n *
       fatorial(n-1));
}
```

n: 1	retorna: ?
n: 2	retorna: ?
n: 3	retorna: ?

Não é o caso base

Recursão com Tentativa e Erro

Recursão é a maneira mais natural de se implementar tentativa e erro

Vamos relembrar nosso `fatorial(3)`:

```
long fatorial(long n) {
  if (n==0) return(1);
  return(n *
         fatorial(n-1));
}
```

n: 0	retorna: ?
n: 1	retorna: ?
n: 2	retorna: ?
n: 3	retorna: ?

Então nova chamada é feita e empilhada

Recursão com Tentativa e Erro

Recursão é a maneira mais natural de se implementar tentativa e erro

Vamos relembrar nosso `fatorial(3)`:

```
long fatorial(long n) {
  if (n==0) return(1);
  return(n *
       fatorial(n-1));
}
```

n: 0	retorna: 1
n: 1	retorna: ?
n: 2	retorna: ?
n: 3	retorna: ?

É o caso base!

Recursão com Tentativa e Erro

Recursão é a maneira mais natural de se implementar tentativa e erro

Vamos relembrar nosso `fatorial(3)`:

```
long fatorial(long n) {
  if (n==0) return(1);
  return(n *
         fatorial(n-1));
}
```

n: 1	retorna: ?
n: 2	retorna: ?
n: 3	retorna: ?

Desempilha, retornando 1. E assim "volta" à porção de memória no passo anterior da recursão → backtracking

Recursão com Tentativa e Erro

Recursão é a maneira mais natural de se implementar tentativa e erro

Vamos relembrar nosso `fatorial(3)`:

```
long fatorial(long n) {
  if (n==0) return(1);
  return(n *
         fatorial(n-1));
}
```

n: 1	retorna: 1
n: 2	retorna: ?
n: 3	retorna: ?

Faz 1 * 1

Recursão com Tentativa e Erro

Recursão é a maneira mais natural de se implementar tentativa e erro

Vamos relembrar nosso `fatorial(3)`:

```
long fatorial(long n) {
  if (n==0) return(1);
  return(n *
         fatorial(n-1));
}
```

n: 2	retorna: ?
n: 3	retorna: ?

Desempilha, retornando 1 $\rightarrow$ backtracking

Recursão com Tentativa e Erro

Recursão é a maneira mais natural de se implementar tentativa e erro

Vamos relembrar nosso `fatorial(3)`:

```
long fatorial(long n) {
  if (n==0) return(1);
  return(n *
         fatorial(n-1));
}
```

n: 2	retorna: 2
n: 3	retorna: ?

Faz 2 * 1

Recursão com Tentativa e Erro

Recursão é a maneira mais natural de se implementar tentativa e erro

Vamos relembrar nosso `fatorial(3)`:

```
long fatorial(long n) {
  if (n==0) return(1);
  return(n *
         fatorial(n-1));
}
```

n: 3	retorna: ?

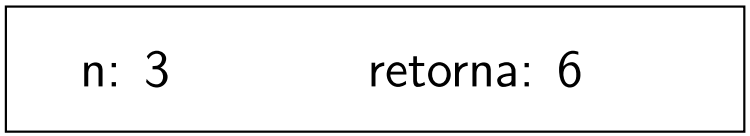
Desempilha, retornando 2 → backtracking

Recursão com Tentativa e Erro

Recursão é a maneira mais natural de se implementar tentativa e erro

Vamos relembrar nosso `fatorial(3)`:

```
long fatorial(long n) {
  if (n==0) return(1);
  return(n *
       fatorial(n-1));
}
```



Faz 3 * 2

Recursão com Tentativa e Erro

Recursão é a maneira mais natural de se implementar tentativa e erro

Vamos relembrar nosso `fatorial(3)`:

```
long fatorial(long n) {
  if (n==0) return(1);
  return(n *
       fatorial(n-1));
}
```

Desempilha, retornando 6

Recursão com Tentativa e Erro

- Se conseguirmos codificar o problema de modo a que:
  - Cada nova decisão seja uma chamada recursiva
  - Cada backtracking corresponda a voltar de uma chamada recursiva
- Então a solução do problema, se feita recursivamente, naturalmente gerenciará o mecanismo de tentativa e erro

Recursão com Tentativa e Erro

E se não pudermos/quisermos usar recursão?

Recursão com Tentativa e Erro

E se não pudermos/quisermos usar recursão?

- Precisaremos de um mecanismo que nos permita:

Recursão com Tentativa e Erro

E se não pudermos/quisermos usar recursão?

- Precisaremos de um mecanismo que nos permita:
  - Registrar cada decisão tomada

Recursão com Tentativa e Erro

E se não pudermos/quisermos usar recursão?

- Precisaremos de um mecanismo que nos permita:
  - Registrar cada decisão tomada
  - Voltar à decisão imediatamente anterior a cada decisão tomada, para que possamos fazer o backtracking em caso de falha
    - Ou seja, precisamos registrar também a ordem em que foram tomadas

Recursão com Tentativa e Erro

E se não pudermos/quisermos usar recursão?

- Precisaremos de um mecanismo que nos permita:
  - Registrar cada decisão tomada
  - Voltar à decisão imediatamente anterior a cada decisão tomada, para que possamos fazer o backtracking em caso de falha
    - Ou seja, precisamos registrar também a ordem em que foram tomadas
- Um mecanismo assim é fornecido por uma pilha:

Recursão com Tentativa e Erro

E se não pudermos/quisermos usar recursão?

- Precisaremos de um mecanismo que nos permita:
  - Registrar cada decisão tomada
  - Voltar à decisão imediatamente anterior a cada decisão tomada, para que possamos fazer o backtracking em caso de falha
    - Ou seja, precisamos registrar também a ordem em que foram tomadas
- Um mecanismo assim é fornecido por uma pilha:
  - Empilhamos cada decisão tomada

Recursão com Tentativa e Erro

E se não pudermos/quisermos usar recursão?

- Precisaremos de um mecanismo que nos permita:
  - Registrar cada decisão tomada
  - Voltar à decisão imediatamente anterior a cada decisão tomada, para que possamos fazer o backtracking em caso de falha
    - Ou seja, precisamos registrar também a ordem em que foram tomadas
- Um mecanismo assim é fornecido por uma pilha:
  - Empilhamos cada decisão tomada
  - Em caso de falha, desempilhamos $\rightarrow$ voltamos à decisão imediatamente anterior

Recursão com Tentativa e Erro

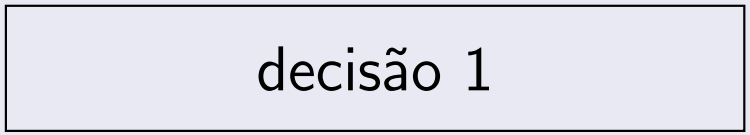
E se não pudermos/quisermos usar recursão?

- Note que isso é exatamente o que a pilha de recursão faz

Recursão com Tentativa e Erro

E se não pudermos/quisermos usar recursão?

- Note que isso é exatamente o que a pilha de recursão faz

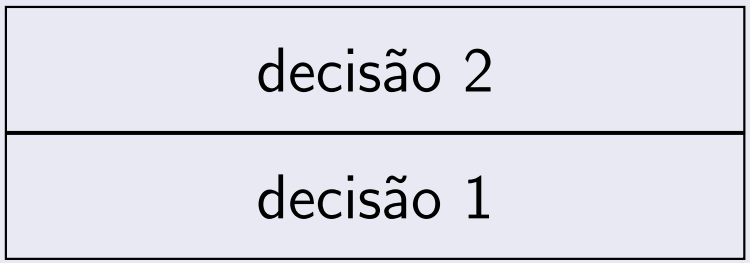


Registramos cada decisão tomada

Recursão com Tentativa e Erro

E se não pudermos/quisermos usar recursão?

- Note que isso é exatamente o que a pilha de recursão faz

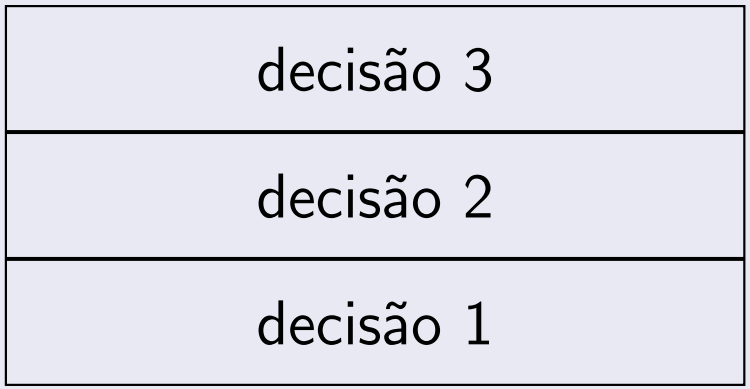


Registramos cada decisão tomada

Recursão com Tentativa e Erro

E se não pudermos/quisermos usar recursão?

- Note que isso é exatamente o que a pilha de recursão faz

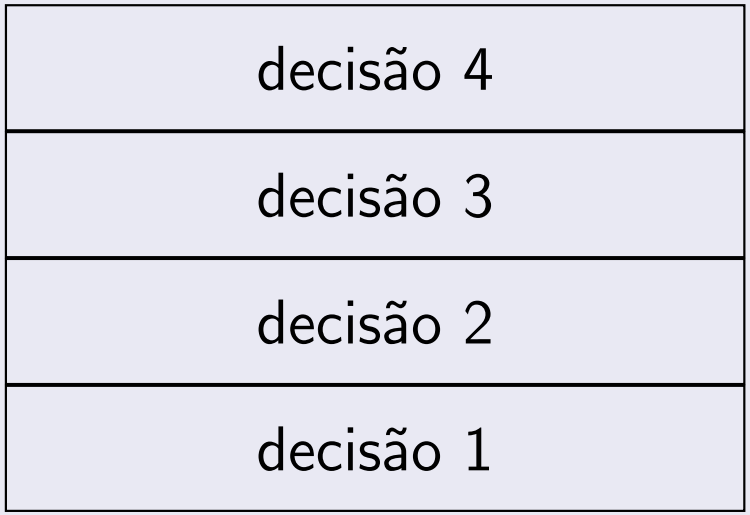


Registramos cada decisão tomada

Recursão com Tentativa e Erro

E se não pudermos/quisermos usar recursão?

- Note que isso é exatamente o que a pilha de recursão faz



Registramos cada decisão tomada

Recursão com Tentativa e Erro

E se não pudermos/quisermos usar recursão?

- Note que isso é exatamente o que a pilha de recursão faz

decisão 4
decisão 3
decisão 2
decisão 1

Em caso de falha, desempilhamos a decisão problemática

Recursão com Tentativa e Erro

E se não pudermos/quisermos usar recursão?

- Note que isso é exatamente o que a pilha de recursão faz

decisão 3
decisão 2
decisão 1

Voltando à decisão imediatamente anterior a esta

Recursão com Tentativa e Erro

E se não pudermos/quisermos usar recursão?

- Note que isso é exatamente o que a pilha de recursão faz

decisão 5
decisão 3
decisão 2
decisão 1

E podendo então tomar outra decisão no lugar da que falhou

Tentativa e Erro

Dois grupos de aplicação principais:

Tentativa e Erro

Dois grupos de aplicação principais:

- Encontrar uma solução (de um labirinto, por exemplo);

Tentativa e Erro

Dois grupos de aplicação principais:

- Encontrar uma solução (de um labirinto, por exemplo);
- Encontrar a melhor solução (caminho mais curto, por exemplo).

Tentativa e Erro

Encontrar uma solução

```
tentar(estadoAtual) {
  se estadoAtual = estadoFinal retorne sucesso
  para cada possibilidade {
    se for plausível {
      executa ação - atualiza estado
      chama recursivo: tentar(estadoAtualizado)
      se chamada recursiva retornou sucesso, retorne sucesso
      desfaz ação - retorna para estado anterior
    }
  }
  retorne insucesso
}
```

Tentativa e Erro

Encontrar a melhor solução

```
tentar(estadoAtual) {
  se estadoAtual = estadoFinal {
    se solucaoAtual > melhorSolucao
      melhorSolucao = solucaoAtual
    retorne
  }
  para cada possibilidade {
    se for plausível {
      executa ação - atualiza estado
      chama recursivo: tentar(estadoAtualizado)
      desfaz ação - retorna para estado anterior
    }
  }
  retorne
}
```

Referências

- Ziviani, Nivio. Projeto de Algoritmos: com implementações em Java e C++. Cengage. 2007.
- Gersting, Judith L. Fundamentos Matemáticos para a Ciência da Computação. 3a ed. LTC. 1993.

Aula 11 – Tentativa e Erro (Backtracking)

Norton T. Roman & Luciano A. Digiampietri
digiampietri@usp.br
@digiampietri

2023