Aula 04 – Análise Assintótica de Algoritmos: Notação Ω, ω e Θ

Norton T. Roman & Luciano A. Digiampietri
digiampietri@usp.br
@digiampietri

2023

Notação Ω

Definição

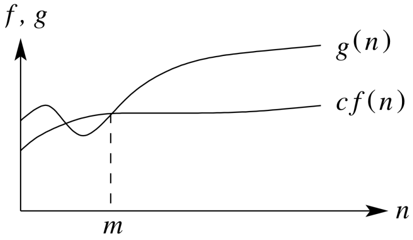
Uma função $g(n)$ é $\Omega(f(n))$ se existirem constantes positivas c e m tais que $0 \leq cf(n) \leq g(n)$, para todo $n \geq m$

Notação Ω

Definição

Uma função $g(n)$ é $\Omega(f(n))$ se existirem constantes positivas c e m tais que $0 \leq cf(n) \leq g(n)$, para todo $n \geq m$

- Informalmente, dizemos que, se $g(n) \in \Omega(f(n))$, então $g(n)$ cresce no mínimo tão lentamente quanto $f(n)$

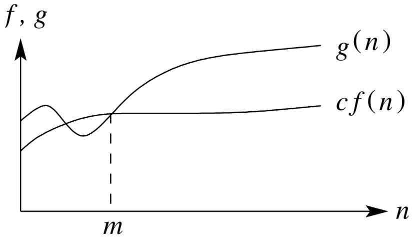


Notação Ω

Definição

Uma função $g(n)$ é $\Omega(f(n))$ se existirem constantes positivas c e m tais que $0 \leq cf(n) \leq g(n)$, para todo $n \geq m$

- Informalmente, dizemos que, se $g(n) \in \Omega(f(n))$, então $g(n)$ cresce no mínimo tão lentamente quanto $f(n)$



- Trata-se então de um **limite assintótico inferior** para $g(n)$

Notação Ω

Exemplo

- $3n^3 + 2n \in \Omega(n^3)$?

Notação Ω

Exemplo

- $3n^3 + 2n \in \Omega(n^3)$? Faremos demonstrações completas na lousa, mas seguem resumos a seguir.

Notação Ω

Exemplo

- $3n^3 + 2n \in \Omega(n^3)$? Faremos demonstrações completas na lousa, mas seguem resumos a seguir.
  - Fazendo $c = 1$ temos $3n^3 + 2n \geq n^3$, para $n \geq 0$ $(m = 0)$

Notação Ω

Exemplo

- $3n^3 + 2n \in \Omega(n^3)$? Faremos demonstrações completas na lousa, mas seguem resumos a seguir.
  - Fazendo $c = 1$ temos $3n^3 + 2n \geq n^3$, para $n \geq 0$ $(m = 0)$
- $\frac{3}{2}n^2 - 2n \in \Omega(n^2)$?

Notação Ω

Exemplo

- $3n^3 + 2n \in \Omega(n^3)$? Faremos demonstrações completas na lousa, mas seguem resumos a seguir.
  - Fazendo $c = 1$ temos $3n^3 + 2n \geq n^3$, para $n \geq 0$ $(m = 0)$
- $\dfrac{3}{2}n^2 - 2n \in \Omega(n^2)$?
  - Fazendo $c = \frac{1}{2}$ temos $\frac{3}{2}n^2 - 2n \geq \frac{1}{2}n^2$, para $n \geq 2$ $(m = 2)$

Notação Ω

- Uma vez que Ω descreve um limite inferior para o algoritmo, quando o usamos com o melhor caso estamos também limitando o algoritmo com qualquer entrada

Notação Ω

- Uma vez que Ω descreve um limite inferior para o algoritmo, quando o usamos com o melhor caso estamos também limitando o algoritmo com qualquer entrada
- Quando dizemos que um algoritmo é $\Omega(f(n))$, isso significa que, a despeito da entrada escolhida, o tempo de execução será pelo menos $c \times f(n)$, para n suficientemente grande

Notação ω

Definição

Uma função $g(n)$ é $\omega(f(n))$ se, para toda constante $c > 0$, existe uma constante $m > 0$ tal que $0 \leq cf(n) < g(n)$, para todo $n \geq m$

Notação ω

Definição

Uma função $g(n)$ é $\omega(f(n))$ se, para toda constante $c > 0$, existe uma constante $m > 0$ tal que $0 \leq cf(n) < g(n)$, para todo $n \geq m$

- Informalmente, dizemos que, se $g(n) \in \omega(f(n))$, então $g(n)$ cresce mais rapidamente que $f(n)$

Notação ω

Definição

Uma função $g(n)$ é $\omega(f(n))$ se, para toda constante $c > 0$, existe uma constante $m > 0$ tal que $0 \leq cf(n) < g(n)$, para todo $n \geq m$

- Informalmente, dizemos que, se $g(n) \in \omega(f(n))$, então $g(n)$ cresce mais rapidamente que $f(n)$
  - Intuitivamente, na notação ω a função $g(n)$ tem crescimento muito maior que $f(n)$ quando n tende para o infinito

Notação ω

Definição

Uma função $g(n)$ é $\omega(f(n))$ se, para toda constante $c > 0$, existe uma constante $m > 0$ tal que $0 \leq cf(n) < g(n)$, para todo $n \geq m$

- Informalmente, dizemos que, se $g(n) \in \omega(f(n))$, então $g(n)$ cresce mais rapidamente que $f(n)$
  - Intuitivamente, na notação ω a função $g(n)$ tem crescimento muito maior que $f(n)$ quando n tende para o infinito
  - Ou seja, $\lim_{n \to \infty} \frac{g(n)}{f(n)} = \infty$

Diferença entre Ω e ω

- $\Omega(f(n)) = \{g(n)$: **existem** constantes positivas c e m tais que $0 \leq cf(n) \leq g(n)$, para todo $n \geq m\}$

Diferença entre Ω e ω

- $\Omega(f(n)) = \{g(n)$: **existem** constantes positivas c e m tais que $0 \leq cf(n) \leq g(n)$, para todo $n \geq m\}$
  - A expressão $0 \leq cf(n) \leq g(n)$ é válida para <u>alguma</u> constante $c > 0$

Diferença entre Ω e ω

- $\Omega(f(n)) = \{g(n)$: **existem** constantes positivas c e m tais que $0 \leq cf(n) \leq g(n)$, para todo $n \geq m\}$
  - A expressão $0 \leq cf(n) \leq g(n)$ é válida para <u>alguma</u> constante $c > 0$
- $\omega(f(n)) = \{g(n)$: **para toda** constante positiva c, existe uma constante $m > 0$ tal que $0 \leq cf(n) < g(n)$, para todo $n \geq m\}$.

Diferença entre Ω e ω

- $\Omega(f(n)) = \{g(n)$: **existem** constantes positivas c e m tais que $0 \leq cf(n) \leq g(n)$, para todo $n \geq m\}$
  - A expressão $0 \leq cf(n) \leq g(n)$ é válida para <u>alguma</u> constante $c > 0$
- $\omega(f(n)) = \{g(n)$: **para toda** constante positiva c, existe uma constante $m > 0$ tal que $0 \leq cf(n) < g(n)$, para todo $n \geq m\}$.
  - A expressão $0 \leq cf(n) < g(n)$ é válida para <u>toda</u> constante $c > 0$

Diferença entre Ω e ω

- $\Omega(f(n)) = \{g(n)$: **existem** constantes positivas c e m tais que $0 \leq cf(n) \leq g(n)$, para todo $n \geq m\}$
  - A expressão $0 \leq cf(n) \leq g(n)$ é válida para <u>alguma</u> constante $c > 0$
- $\omega(f(n)) = \{g(n)$: **para toda** constante positiva c, existe uma constante $m > 0$ tal que $0 \leq cf(n) < g(n)$, para todo $n \geq m\}$.
  - A expressão $0 \leq cf(n) < g(n)$ é válida para <u>toda</u> constante $c > 0$
- ω está para Ω da mesma forma que o está para O

Notação ω

Exemplo

- $\dfrac{n^2}{2} \in \omega(n)$?

Notação ω

Exemplo

- $\frac{n^2}{2} \in \omega(n)$?
  - Buscamos um m tal que, para todo c e $n \geq m$, $\frac{n^2}{2} > cn$

Notação ω

Exemplo

- $\dfrac{n^2}{2} \in \omega(n)$?
  - Buscamos um m tal que, para todo c e $n \geq m$, $\dfrac{n^2}{2} > cn$
  - $\Rightarrow \dfrac{n}{2} > c$ (dividindo ambos os lados por n)

Notação ω

Exemplo

- $\frac{n^2}{2} \in \omega(n)$?
  - Buscamos um m tal que, para todo c e $n \geq m$, $\frac{n^2}{2} > cn$
  - $\Rightarrow \frac{n}{2} > c$ (dividindo ambos os lados por n)
  - $\Rightarrow n > 2c$

Notação ω

Exemplo

- $\dfrac{n^2}{2} \in \omega(n)$?
  - Buscamos um m tal que, para todo c e $n \geq m$, $\dfrac{n^2}{2} > cn$
  - $\Rightarrow \dfrac{n}{2} > c$ (dividindo ambos os lados por n)
  - $\Rightarrow n > 2c$
  - Ou seja, para todo valor de c, um m que satisfaz a definição é $m = 2c + 1$ (pois $n \geq m$ e $n > 2c$)

Notação ω

Exemplo

- $\frac{n^2}{2} \in \omega(n^2)$?

Notação ω

Exemplo

- $\frac{n^2}{2} \in \omega(n^2)$?
  - Buscamos um m tal que, para todo c e $n \geq m$, $\frac{n^2}{2} > cn^2$

Notação ω

Exemplo

- $\dfrac{n^2}{2} \in \omega(n^2)$?
  - Buscamos um m tal que, para todo c e $n \geq m$, $\dfrac{n^2}{2} > cn^2$
  - Mas $\dfrac{n^2}{2} > cn^2 \Rightarrow \dfrac{1}{2} > c$ (caso em que vale para todo $n > 0$)

Notação ω

Exemplo

- $\dfrac{n^2}{2} \in \omega(n^2)$?
  - Buscamos um m tal que, para todo c e $n \geq m$, $\dfrac{n^2}{2} > cn^2$
  - Mas $\dfrac{n^2}{2} > cn^2 \Rightarrow \dfrac{1}{2} > c$ (caso em que vale para todo $n > 0$)
  - Ou seja, não há m tal que, para todo c e $n \geq m$, $\dfrac{n^2}{2} > cn^2$

Notação ω

Exemplo

- $\dfrac{n^2}{2} \in \omega(n^2)$?
  - Buscamos um m tal que, para todo c e $n \geq m$, $\dfrac{n^2}{2} > cn^2$
  - Mas $\dfrac{n^2}{2} > cn^2 \Rightarrow \dfrac{1}{2} > c$ (caso em que vale para todo $n > 0$)
  - Ou seja, não há m tal que, para todo c e $n \geq m$, $\dfrac{n^2}{2} > cn^2$
  - Logo, $\dfrac{n^2}{2} \notin \omega(n^2)$

Notação Θ

Definição

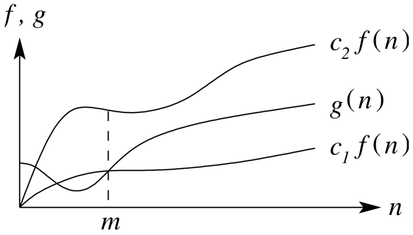
Uma função $g(n)$ é $\Theta(f(n))$ se existirem constantes positivas c_1, c_2 e m tais que $0 \leq c_1 f(n) \leq g(n) \leq c_2 f(n)$ para todo $n \geq m$

Notação Θ

Definição

Uma função $g(n)$ é $\Theta(f(n))$ se existirem constantes positivas c_1, c_2 e m tais que $0 \leq c_1 f(n) \leq g(n) \leq c_2 f(n)$ para todo $n \geq m$

- Informalmente, dizemos que, se $g(n) \in \Theta(f(n))$, então $g(n)$ cresce tão rapidamente quanto $f(n)$

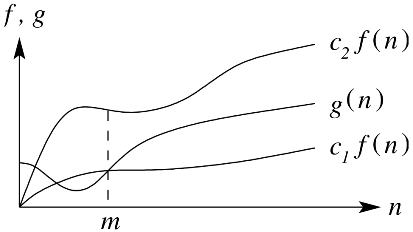


Notação Θ

Definição

Uma função $g(n)$ é $\Theta(f(n))$ se existirem constantes positivas c_1, c_2 e m tais que $0 \leq c_1 f(n) \leq g(n) \leq c_2 f(n)$ para todo $n \geq m$

- Informalmente, dizemos que, se $g(n) \in \Theta(f(n))$, então $g(n)$ cresce tão rapidamente quanto $f(n)$



- Trata-se de um **limite assintótico firme** para $g(n)$

Notação Θ

Exemplo

- $\dfrac{3}{2}n^2 - 2n \in \Theta(n^2)$?

Notação Θ

Exemplo

- $\frac{3}{2}n^2 - 2n \in \Theta(n^2)$?
  - Queremos c_1 e c_2 tais que $c_1 n^2 \leq \frac{3}{2}n^2 - 2n \leq c_2 n^2$

Notação Θ

Exemplo

- $\frac{3}{2}n^2 - 2n \in \Theta(n^2)$?
  - Queremos c_1 e c_2 tais que $c_1 n^2 \leq \frac{3}{2}n^2 - 2n \leq c_2 n^2$
  - Fazendo $c_1 = \frac{1}{2}$ e $c_2 = \frac{3}{2}$ temos que

$$\frac{1}{2}n^2 \leq \frac{3}{2}n^2 - 2n \leq \frac{3}{2}n^2, \text{ para } n \geq 2 \ (m = 2)$$

Notação Θ

Exemplo

- $\frac{3}{2}n^2 - 2n \in \Theta(n^2)$?
  - Queremos c_1 e c_2 tais que $c_1 n^2 \leq \frac{3}{2}n^2 - 2n \leq c_2 n^2$
  - Fazendo $c_1 = \frac{1}{2}$ e $c_2 = \frac{3}{2}$ temos que

    $$\frac{1}{2}n^2 \leq \frac{3}{2}n^2 - 2n \leq \frac{3}{2}n^2, \text{ para } n \geq 2 \ (m = 2)$$
  - Outras constantes podem existir, mas o importante é que existe alguma escolha para as três (m, c_1 e c_2)

Notação Θ

Mas...

Notação Θ

Mas...

- $\frac{3}{2}n^2 - 2n \in O(n^2)$, pois $\frac{3}{2}n^2 - 2n \leq \frac{3}{2}n^2$

Notação Θ

Mas...

- $\frac{3}{2}n^2 - 2n \in O(n^2)$, pois $\frac{3}{2}n^2 - 2n \leq \frac{3}{2}n^2$
- e $\frac{3}{2}n^2 - 2n \in \Omega(n^2)$, pois $\frac{1}{2}n^2 \leq \frac{3}{2}n^2 - 2n$

Notação Θ

Mas...

- $\frac{3}{2}n^2 - 2n \in O(n^2)$, pois $\frac{3}{2}n^2 - 2n \leq \frac{3}{2}n^2$
- e $\frac{3}{2}n^2 - 2n \in \Omega(n^2)$, pois $\frac{1}{2}n^2 \leq \frac{3}{2}n^2 - 2n$
- Será coincidência?

Notação Θ

Mas...

- $\dfrac{3}{2}n^2 - 2n \in O(n^2)$, pois $\dfrac{3}{2}n^2 - 2n \leq \dfrac{3}{2}n^2$
- e $\dfrac{3}{2}n^2 - 2n \in \Omega(n^2)$, pois $\dfrac{1}{2}n^2 \leq \dfrac{3}{2}n^2 - 2n$
- Será coincidência?
  - Não!

Notação Θ

Mas...

- $\frac{3}{2}n^2 - 2n \in O(n^2)$, pois $\frac{3}{2}n^2 - 2n \leq \frac{3}{2}n^2$
- e $\frac{3}{2}n^2 - 2n \in \Omega(n^2)$, pois $\frac{1}{2}n^2 \leq \frac{3}{2}n^2 - 2n$
- Será coincidência?
  - Não!
- Se $g(n) \in O(f(n))$ e $g(n) \in \Omega(f(n))$, então $g(n) \in \Theta(f(n))$

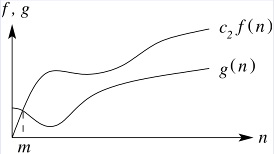
Notação Θ

Ou seja...

Notação Θ

Ou seja...

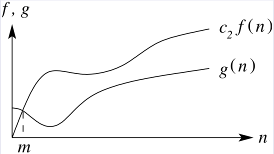
$$O$$

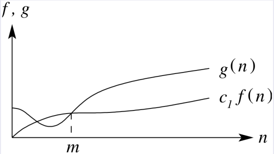


Notação Θ

Ou seja...

$$O \qquad + \qquad \Omega$$

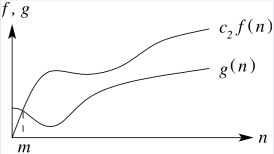


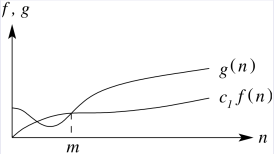


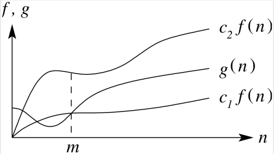
Notação Θ

Ou seja...

$$O \quad + \quad \Omega \quad = \quad \Theta$$



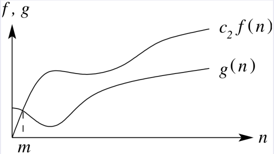


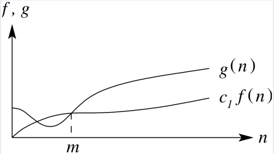


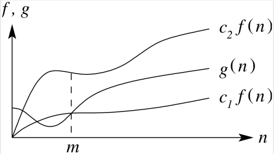
Notação Θ

Ou seja...

$$O \quad + \quad \Omega \quad = \quad \Theta$$







- Quando $g(n) = \Theta(f(n))$, podemos dizer que, para todo $n \geq m$, $g(n)$ é igual a $f(n)$ a menos de uma constante.

Notação Θ

E para Θ? Existe um θ (theta pequeno)?

Notação Θ

E para Θ? Existe um θ (theta pequeno)?

- Um $\theta(n) = o(n) + \omega(n)$?

Notação Θ

E para Θ? Existe um θ (theta pequeno)?

- Um $\theta(n) = o(n) + \omega(n)$?
- Lembre que $o(n) \Rightarrow \lim_{n\to\infty} \frac{g(n)}{f(n)} = 0$

Notação Θ

E para Θ? Existe um θ (theta pequeno)?

- Um $\theta(n) = o(n) + \omega(n)$?
- Lembre que $o(n) \Rightarrow \lim_{n \to \infty} \frac{g(n)}{f(n)} = 0$
- E que $\omega(n) \Rightarrow \lim_{n \to \infty} \frac{g(n)}{f(n)} = \infty$

Notação Θ

E para Θ? Existe um θ (theta pequeno)?

- Um $\theta(n) = o(n) + \omega(n)$?
- Lembre que $o(n) \Rightarrow \lim_{n \to \infty} \frac{g(n)}{f(n)} = 0$
- E que $\omega(n) \Rightarrow \lim_{n \to \infty} \frac{g(n)}{f(n)} = \infty$
- Como então $\lim_{n \to \infty} \frac{g(n)}{f(n)} = 0$ e ∞?

Notação Θ

E para Θ? Existe um θ (theta pequeno)?

- Um $\theta(n) = o(n) + \omega(n)$?
- Lembre que $o(n) \Rightarrow \lim_{n\to\infty} \dfrac{g(n)}{f(n)} = 0$
- E que $\omega(n) \Rightarrow \lim_{n\to\infty} \dfrac{g(n)}{f(n)} = \infty$
- Como então $\lim_{n\to\infty} \dfrac{g(n)}{f(n)} = 0$ e ∞? Não há $\theta(n)$

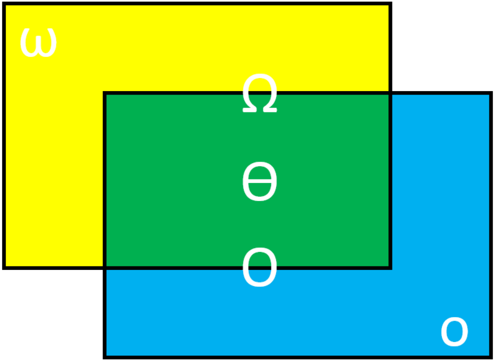
Classes de Comportamento Assintótico

- Uma vez que O, o, Ω, ω e Θ referem-se a conjuntos de funções, podemos dizer que, se $f(n) \in O(g(n))$, então $f(n)$ é da classe $O(g(n))$

Classes de Comportamento Assintótico

- Uma vez que O, o, Ω, ω e Θ referem-se a conjuntos de funções, podemos dizer que, se $f(n) \in O(g(n))$, então $f(n)$ é da classe $O(g(n))$

- A relação entre as classes então fica:



Classes de Comportamento Assintótico

Exemplos de classes

- $f(n) \in O(1)$: complexidade constante
- $f(n) \in O(log(n))$: complexidade logarítmica
- $f(n) \in O(n)$: complexidade linear
- $f(n) \in O(n^2)$: complexidade quadrática
- $f(n) \in O(n^3)$: complexidade cúbica
- $f(n) \in O(c^n)$, $c > 1$: complexidade exponencial
- etc

Classes de Comportamento Assintótico

Notação assintótica em equações e inequações

- Podemos usar a notação assintótica como parte de expressões

Classes de Comportamento Assintótico

Notação assintótica em equações e inequações

- Podemos usar a notação assintótica como parte de expressões
  - Representando assim funções cuja especificação não nos interessa, e eliminando detalhes não essenciais, como operações não relevantes num algoritmo, por exemplo

Classes de Comportamento Assintótico

Notação assintótica em equações e inequações

- Podemos usar a notação assintótica como parte de expressões
  - Representando assim funções cuja especificação não nos interessa, e eliminando detalhes não essenciais, como operações não relevantes num algoritmo, por exemplo
- Ex:
  - Em vez de $2n^2 + 3n + 1$, podemos escrever $2n^2 + \Theta(n)$

Classes de Comportamento Assintótico

Notação assintótica em equações e inequações

- Podemos usar a notação assintótica como parte de expressões
  - Representando assim funções cuja especificação não nos interessa, e eliminando detalhes não essenciais, como operações não relevantes num algoritmo, por exemplo
- Ex:
  - Em vez de $2n^2 + 3n + 1$, podemos escrever $2n^2 + \Theta(n)$
  - Isso equivale a dizer que $2n^2 + 3n + 1 = 2n^2 + f(n)$, onde $f(n) \in \Theta(n)$

Classes de Comportamento Assintótico

Notação assintótica em equações e inequações

- Em alguns casos, usamos a notação do lado esquerdo de equações

Classes de Comportamento Assintótico

Notação assintótica em equações e inequações

- Em alguns casos, usamos a notação do lado esquerdo de equações
- Ex: $2n^2 + \Theta(n) = \Theta(n^2)$

Classes de Comportamento Assintótico

Notação assintótica em equações e inequações

- Em alguns casos, usamos a notação do lado esquerdo de equações
- Ex: $2n^2 + \Theta(n) = \Theta(n^2)$
  - Com isso, estamos dizendo que, independentemente da função escolhida à esquerda do '$=$', existe ao menos uma escolha para a função à direita, de modo a tornar a equação válida

Classes de Comportamento Assintótico

Notação assintótica em equações e inequações

- Em alguns casos, usamos a notação do lado esquerdo de equações
- Ex: $2n^2 + \Theta(n) = \Theta(n^2)$
  - Com isso, estamos dizendo que, independentemente da função escolhida à esquerda do '$=$', existe ao menos uma escolha para a função à direita, de modo a tornar a equação válida
  - Nesse caso, estamos dizendo que, para **qualquer** função $f(n) \in \Theta(n)$, existe **alguma** função $g(n) \in \Theta(n^2)$ tal que $2n^2 + f(n) = g(n)$, para todo n

Classes de Comportamento Assintótico

Notação assintótica em equações e inequações

- Podemos também encadear essas relações

Classes de Comportamento Assintótico

Notação assintótica em equações e inequações

- Podemos também encadear essas relações
- Ex:

$$
\begin{aligned}
2n^2 + 3n + 1 &= 2n^2 + \Theta(n) \\
2n^2 + \Theta(n) &= \Theta(n^2)
\end{aligned}
$$

Classes de Comportamento Assintótico

Notação assintótica em equações e inequações

- Podemos também encadear essas relações
- Ex:

$$
\begin{aligned}
2n^2 + 3n + 1 &= 2n^2 + \Theta(n) \\
2n^2 + \Theta(n) &= \Theta(n^2)
\end{aligned}
$$

  - A primeira equação diz que há **alguma** função $f(n) \in \Theta(n)$ tal que $2n^2 + 3n + 1 = 2n^2 + f(n)$, para todo n

Classes de Comportamento Assintótico

Notação assintótica em equações e inequações

- Podemos também encadear essas relações
- Ex:

$$\begin{aligned} 2n^2 + 3n + 1 &= 2n^2 + \Theta(n) \\ 2n^2 + \Theta(n) &= \Theta(n^2) \end{aligned}$$

  - A primeira equação diz que há **alguma** função $f(n) \in \Theta(n)$ tal que $2n^2 + 3n + 1 = 2n^2 + f(n)$, para todo n
  - A segunda diz que, para **qualquer** função $g(n) \in \Theta(n)$, há **alguma** função $h(n) \in \Theta(n^2)$, tal que $2n^2 + g(n) = h(n)$, para todo n

Propriedades das Classes

- Reflexividade:

Propriedades das Classes

- Reflexividade:
  - $f(n) = O(f(n))$

Propriedades das Classes

- Reflexividade:
  - $f(n) = O(f(n))$
  - $f(n) = \Omega(f(n))$

Propriedades das Classes

- Reflexividade:
  - $f(n) = O(f(n))$
  - $f(n) = \Omega(f(n))$
  - $f(n) = \Theta(f(n))$

Propriedades das Classes

- Reflexividade:
  - $f(n) = O(f(n))$
  - $f(n) = \Omega(f(n))$
  - $f(n) = \Theta(f(n))$
- Simetria:

Propriedades das Classes

- Reflexividade:
  - $f(n) = O(f(n))$
  - $f(n) = \Omega(f(n))$
  - $f(n) = \Theta(f(n))$
- Simetria:
  - $f(n) \in \Theta(g(n))$ se e somente se $g(n) \in \Theta(f(n))$

Propriedades das Classes

- Reflexividade:
  - $f(n) = O(f(n))$
  - $f(n) = \Omega(f(n))$
  - $f(n) = \Theta(f(n))$
- Simetria:
  - $f(n) \in \Theta(g(n))$ se e somente se $g(n) \in \Theta(f(n))$
- Simetria Transposta:

Propriedades das Classes

- Reflexividade:
  - $f(n) = O(f(n))$
  - $f(n) = \Omega(f(n))$
  - $f(n) = \Theta(f(n))$
- Simetria:
  - $f(n) \in \Theta(g(n))$ se e somente se $g(n) \in \Theta(f(n))$
- Simetria Transposta:
  - $f(n) \in O(g(n))$ se e somente se $g(n) \in \Omega(f(n))$

Propriedades das Classes

- Reflexividade:
  - $f(n) = O(f(n))$
  - $f(n) = \Omega(f(n))$
  - $f(n) = \Theta(f(n))$
- Simetria:
  - $f(n) \in \Theta(g(n))$ se e somente se $g(n) \in \Theta(f(n))$
- Simetria Transposta:
  - $f(n) \in O(g(n))$ se e somente se $g(n) \in \Omega(f(n))$
  - $f(n) \in o(g(n))$ se e somente se $g(n) \in \omega(f(n))$

Propriedades das Classes

- Transitividade:

Propriedades das Classes

- Transitividade:
  - Se $f(n) \in \Theta(g(n))$ e $g(n) \in \Theta(h(n))$, então $f(n) \in \Theta(h(n))$

Propriedades das Classes

- Transitividade:
  - Se $f(n) \in \Theta(g(n))$ e $g(n) \in \Theta(h(n))$, então $f(n) \in \Theta(h(n))$
  - Se $f(n) \in O(g(n))$ e $g(n) \in O(h(n))$, então $f(n) \in O(h(n))$

Propriedades das Classes

- Transitividade:
  - Se $f(n) \in \Theta(g(n))$ e $g(n) \in \Theta(h(n))$, então $f(n) \in \Theta(h(n))$
  - Se $f(n) \in O(g(n))$ e $g(n) \in O(h(n))$, então $f(n) \in O(h(n))$
  - Se $f(n) \in \Omega(g(n))$ e $g(n) \in \Omega(h(n))$, então $f(n) \in \Omega(h(n))$

Propriedades das Classes

- Transitividade:
  - Se $f(n) \in \Theta(g(n))$ e $g(n) \in \Theta(h(n))$, então $f(n) \in \Theta(h(n))$
  - Se $f(n) \in O(g(n))$ e $g(n) \in O(h(n))$, então $f(n) \in O(h(n))$
  - Se $f(n) \in \Omega(g(n))$ e $g(n) \in \Omega(h(n))$, então $f(n) \in \Omega(h(n))$
  - Se $f(n) \in o(g(n))$ e $g(n) \in o(h(n))$, então $f(n) \in o(h(n))$

Propriedades das Classes

- Transitividade:
  - Se $f(n) \in \Theta(g(n))$ e $g(n) \in \Theta(h(n))$, então $f(n) \in \Theta(h(n))$
  - Se $f(n) \in O(g(n))$ e $g(n) \in O(h(n))$, então $f(n) \in O(h(n))$
  - Se $f(n) \in \Omega(g(n))$ e $g(n) \in \Omega(h(n))$, então $f(n) \in \Omega(h(n))$
  - Se $f(n) \in o(g(n))$ e $g(n) \in o(h(n))$, então $f(n) \in o(h(n))$
  - Se $f(n) \in \omega(g(n))$ e $g(n) \in \omega(h(n))$, então $f(n) \in \omega(h(n))$

Referências

- Ziviani, Nivio. Projeto de Algoritmos: com implementações em Java e C++. Cengage. 2007.

- Cormen, Thomas H., Leiserson, Charles E., Rivest, Ronald L., Stein, Clifford. Introduction to Algorithms. 2a ed. MIT Press, 2001.

Aula 04 – Análise Assintótica de Algoritmos: Notação Ω, ω e Θ

Norton T. Roman & Luciano A. Digiampietri
digiampietri@usp.br
@digiampietri

2023